

# 非分離的な要素と構造可変空間をもつ抽象化学モデル

東京工業大学 ○三羽英輝, 三宅美博

Abstract Chemistry Model with Inseparable Elements and Structural Flexibility

Hideki Mitsuwa and Yoshihiro Miyake

Tokyo Institute of Technology

## Abstract

Abstract chemistry is an approach to logical definition of the principle of the emergence of organizational grades and their hierarchy, which stands on that chemical emergence and its logical formalism is essential. We develop a new framework of such systems based on combinatory logic (CL). System contains binary trees which represent CL-terms and has network topology. By Sharing nodes, and by local semantics, trees and whole system are inseparable each other, and by weak reduction scheme of combinatory logic, spacio-temporal structure of system has dynamics of its own. In this paper, we briefly introduce our system and implementation of on-going computer experiments.

## 1 イントロダクション

抽象化学は新たな組織等級とその階層が創発する、その原理の論理的定義を与えようとする、人工生命および複雑性の科学に関する基礎的な研究領域のひとつである。系の全体と要素に関する抽象的・形式的定義と計算機実験による構成的方法論は、もし生命の起源を創発の典型例と見なせるならば、化学的創発の過程に内在する論理的な形式 [6] にこそ本質と普遍性が見出されるべきである、とする立場に基づいている。

現在までに、同様な発想と立場に基づく研究がさまざまなアイデアと呼び名のもとで行われてきた [3, 5-9, 12, 13, 15, 21]。Fontana らによる研究では単位要素として入式を用いた強搅拌系が代数的閉包という形で形式的に記述可能な新たな組織等級を生み出すことが示されている [7, 19]。他の研究では多段階の組織化や反応系に空間構造を与える試みなどがなされている [3, 12]。また経済社会学的問題への応用も見られる [1, 13]。

これらのモデルの多くは「反応」にかかわる「分子」を形式上相互に分離可能な形で定義し、単一の、また固定された計算規則のもとで結びつけている。また系全体は空間構造を持たないか、固定されており、意味論的様相を含めた空間構造とそのダイナミクスの変化などは考慮されない。しかしながら、抽象化学系が単に実在の化学過程の抽象にとどまらない、組織化と創発に関する普遍的な原理の探求に寄与しうるものであるならば、系は生物個体やその集団といったより高次の組織とそのダイナミクスにおいて、また組織等級間の干渉において顕著になる性質を備えている

べきである。すなわち要素間の、あるいは要素と全体系との非分離性であり、意味論や反応規則の局所性としてあらわれる要素-全体間のダイナミクスであり、したがってもたらされる時空間構造の非一様性とそれ自身のダイナミクスである。このような点で従来のモデルでは高次の組織化を観察可能なものとするには困難が生じると予想される。

このような問題意識にもとづき、我々は抽象化学の拡大された新たな枠組みを提案する。系は局所的には combinatory logic [10] の式をあらわす 2 分木として、また全体としては時空間構造のネットワーク・トポロジとして眺められる。枠組みとしては非常に単純でありながら、combinatory logic の weak reduction (contracting) によって、要素とその組み合わせ、反応規則、時空間構造など、系にかかわるすべてが変化する。すなわち、互いに部分木を共有することで要素間の、また要素と全体系の非分離性が、また個々の木が固有の意味論を持つことによって意味論と反応の局所性が、さらに相対時間を含む時空間構造がこれらに依存することによって、時空間構造のダイナミクスまでを無理なく実装することが可能になる。本稿では系の基本構成と進行中の計算機実験の実装について簡潔に紹介する。

## 2 抽象化学系とそこからの展望

### 2.1 創発概念と抽象化学

組織とその階層性を生み出す原理としての創発 (emergence) の概念は、人工生命および複雑性の科学における

中心的な概念のひとつである。その説明図式のひとつは Langton によるもの [11] で、局所的な相互作用から創発した大域的秩序が再び局所相互作用の制約条件として還流する、とされる。この直観的な図式は複雑性の研究を他と隔てて本質的なものとする問題意識を端的に表現している。しかしながら何が「局所的」で何が「大域的」なのか、すなわち組織階層ないしは等級を区分する論理は明確にされていない。実際、このような階層区分を真に正当化しうる論理ないし形式は現在でも知られていない。

このような問題に対するアプローチのひとつが、ここで抽象化学 (abstract chemistry または algorithmic chemistry) と呼ぶ枠組みである。創発はあらゆる生物学的な組織化の達成からヒトの言語や社会経済的現象に至るまで、さまざまな領域で考えられているが [14,17]、仮にその典型を生命の起源に求めうるならば、基本的には化学機械である生物体 (organism) の、その化学過程の抽象的形式にその本質が認められるはずである。

このような見通しに立脚した抽象化学系の研究は、典型的には、形式的に定義された関数的 (functional) なシンボル式を化学における「分子」に、それらの相互適用による計算過程を「化学反応」に見立てた上で、適当な制約条件のもとでランダムな [3,9]、あるいはセル・オートマトン [16,18] のような離散格子状の空間内で [12,13] 反応操作を繰り返すような系の構成と挙動に関する研究となる。「分子」とその「反応」は形式的に、かつ帰納的に定義されたものであるため、枠組みの全体としては計算可能なあらゆる式に対応するオブジェクトとその反応をカバーできる。

創発概念の形式的定義を与えようとする試みとして、これまでに提出されたうちで最も整ったもののひとつは Walter Fontana らの研究に見出される [5-9]。Fontana らは組織化の普遍的な起源のモデルを化学過程に置き、その化学の抽象として相互作用する  $\lambda$  式からなるモデル宇宙を設定した。このモデルに沿ったある系列の計算機実験において、系内にはハイパーサイクル [4] のような反応ネットワークや、さらに  $\lambda$  計算 [2] のそれとは独立した代数規則が生じることが見出されている。Fontana らは特に後者のような組織の成立をもって「創発」と呼ぶことを提唱している [7]。

## 2.2 展望

たとえば Fontana らによる研究の場合、「分子」に相当する  $\lambda$  式は個別に分離可能な、他から独立したオブジェクトとして実装される。互いに独立した要素を関連づけるものは  $\lambda$  計算の構文的・意味論的規則であり、時空間を貫く普遍法則として given なものとなっている。Fontana によれば、 $\lambda$  計算の選択は  $\lambda$  計算の還元規則である置換操作が化学反応における官能基の置換に対応するものと考えられ

たことによっている [6]。

我々がここで提示しようとしている見方はまったく異なったものである。本来は化学反応といえども、互いに分離可能な分子の会合によって結果が一意的に定まるような単純な代数規則として記述できるものではない。実際、生体内の化学反応は多くの場合、周辺環境に大きく依存する。このことは大域的ではない限定された意味論的様相の存在を示唆する。DNA が遺伝暗号として機能する、その意味を与えているのは、きわめて狭い範囲で眺めたとしても、細胞内の生化学プロセスであって DNA 自身ではない。

さらにより大きなスケールでの組織化、たとえば高等生物の集団とその属する生態系などを考えたばあい、そこでの「分子」の非分離性や、「反応」が環境に大きく依存することなどはより一層明らかである。しかもそこではすでに「反応」規則自体が大域的な、普遍法則として適用できるものではないし、ダイナミクスをもたらず空間の構造自体が不断に変化している。

我々の研究においても目的はあくまで創発を根拠づける組織階層の論理的区分にある。しかし普遍的な原理としての創発を考えようとする限り、実在の諸相に関してはむしろその非分離性を強調しなければならない。少なくともその必要性を強く認めざるを得ない。

このような観点から抽象化学系のあるべき形を再考すると、要素と系は次のような性質を持つことが必要である。

(I) 要素間、および要素と全体の非分離性 「『分子』のようなもの」として眺められる要素は系内で互いにその部分を共有し、自明な場合を除いて分離不可能なものとして存在する。一方、要素間の反応は周辺環境に依存する。すなわち要素として眺められるものはそれ自身全体系と非分離的な形で定義される。

(II) 意味論と反応の局所性 要素と全体が非分離であるということは、両者の関係を不変なものとして決定できない、という意味において、そこに関係性のダイナミクスが存在するということにはかならない。そのダイナミクスを詳記することは、現状では困難である。しかし我々は要素における意味論や要素間反応の局所性がそれに対応するものと考ええる。

a) 意味論の局所性 個々の要素はそれに固有な意味論を持つ。互いに同じ部分を共有する要素であっても、共有する部分がどのように解釈されるかは、当の要素に依存する。要素レベルでの普遍的な解釈ルールは設定されない。

b) 反応の局所性 形式的な一貫性を保つために系全体を貫いて不変な規則ないし法則を導入することは当然必要である。しかしそれは上述の非分離的な要素に関する反応の規則ではない。要素の観点から見た場合、「反応」規則は少なくとも個々の要素の観点に依存して変化する。

(III) 非一様かつ変化する空間構造 (II) において局所性が要素-全体のダイナミクスに対応すると考えられるのは、その局所性が空間構造に不断の変化をもたらす源泉となっている、という意味においてである。

物理化学においてふつうに「空間」と言った場合は空間内の各点とその近傍が一様な構造を持ち、それが時間変化しないもの、典型的には3次元 Euclid 空間のことを指している。しかし我々の観点が要求する空間とは各点とその近傍の構造が一様ではなく、時系列に沿って変化するような抽象的な空間のことである。

そのような空間を考えることは決して非現実的ではない。たとえばヒト個体の価値判断に関する空間を考えるならば、それは厳密に順序的でもなければ距離空間でさえない。しかも個々人の価値基準は時間と場所によって不断に、時には劇的に変化する。より物質的に言えば、特定のタンパク質(酵素)の化学反応における基質特異性を基準として可能な全化学物質を配列し直した空間を考えるならば、それはもとの物理化学的空間の構造とは完全に異なり、また周辺環境の変化にともなって変化するものとなるであろう。

このような枠組みのもとでは組織階層とその創発に関する見方も当然異なってくる。従来それは実在の(高)分子や細胞といった、空間的に分離可能な、いわば静的な描像にとどまらざるを得ないものであった。我々の観点からする描像はほとんどあらゆる点で本質的に動的である。したがって将来の研究課題は、真に組織階層と呼ばれるべきものが形式的にどのように再定義されるべきか、ということになるであろう。

### 3 Combinatory Logic によるモデル

#### — 非分離性と構造可変空間の実装 —

#### 3.1 基本構成と特徴

はじめに、我々のモデルの基本構成における特徴を列挙する(図1)。

- (a) 「分子」と「反応規則」に対応するものとして combinatory logic の式 (CL 式; CL-term) とその計算操作に対応する weak reduction を用いる。
- (b) 「分子」に相当する CL 式は 2 分木 (binary tree) 構造で実装される。木を構成する各点 (node) は系における概念上の単位要素となる。一般に点は複数の木で共有される (要素の非分離性)。
- (c) 系は局所的には個々の点を根 (root) とする木構造として眺められる一方、系全体は点のネットワークによる位相構造 (topology) を持つ抽象空間として眺められる (空間構造の非一様性)。

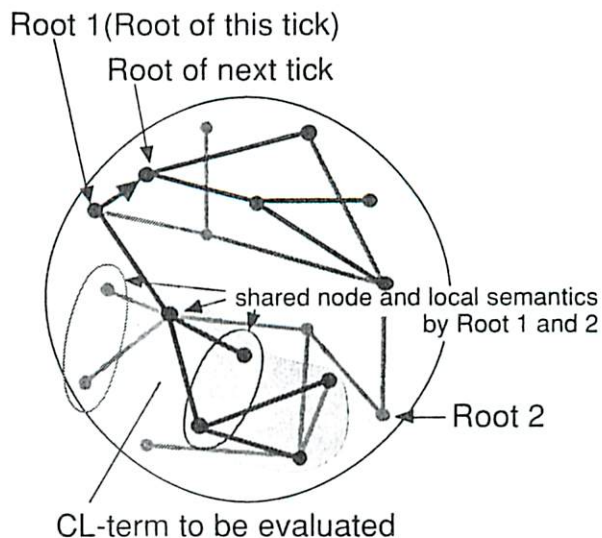


図1: 第4節の実装にもとづくモデル図

- (d) ある点を根とする木に関し、系内の各点が木のどこに位置するか(しないか)、対応する CL 式に関してどのような意味を持つかは、根を含む構造上の上位点 (ancestor) に依存する (意味論と反応の局所性)。
- (e) 「反応」に相当するプロセスは CL 式の評価すなわち還元 (縮約) 操作である。評価は (c) のネットワークに依存した、本質的に決定論的な順序で行われる。
- (f) weak reduction によって木構造が組み替えられると、時空間構造に対応する系全体のネットワーク構造も連動して変化する (空間構造の変化)。

以下の2節で個々の特徴について述べる。細部を実装に依存している場合は現在進行中の計算機実験における実装に即して解説する。

#### 3.2 Combinatory Logic について

combinatory logic はλ計算などと同様、数学基礎論や計算の理論に関連して現在でも盛んに研究されている形式体系のひとつであり、抽象化学系の研究でもしばしば参照されている。しかし応用的な領域ではあまり知られていない理論であるため、ここでその定義をごく簡単に紹介する [2,10,20,22]。

##### 3.2.1 Combinatory Logic の式 (term)

Combinatory Logic(組み合わせ論理またはコンビネータ理論 [22] などと訳されることもある; 以下 CL と略す) における式 (以下 CL 式) は次のように定義される。

**定義 1 (CL 式)**  $K, S$  を含む無限個のアトムの系列が与えられているとき、

- (1) アトムは CL 式である。  
 (2)  $P, Q$  が CL 式ならば  $(PQ)$  は CL 式である。

アトム  $K, S$  だけからなる CL 式はコンビネータ (combinator) と呼ばれる。 $K, S$  自身は本質的なコンビネータである。

### 3.2.2 Weak Reduction — Combinatory Logic の「計算」

CL 式の「計算」に相当する操作は以下の 2 種類の文字列置換操作を単位操作とする。

**定義 2 (weak reduction)**  $a, b, c$  を任意の CL 式とするとき、 $Kab$  または  $Sabc$  の形の式を弱基 (weak redex) という。弱基に対する次の文字列置換操作を縮約 (contracting) という。

- (a)  $Kab \xrightarrow{w} a$   
 (b)  $Sabc \xrightarrow{w} ac(bc)$

弱基を持たない CL 式を弱正規形 (weakly normal form) という。CL 式  $u$  が有限回の縮約によって正規形  $v$  となるとき、 $u$  は  $v$  に弱還元される (weakly reduced) という。

## 3.3 CL の選択

### 3.3.1 CL と $\lambda$ 計算の対応

定義はひどく単純であるが、上述の定義に等価性の定義を加えると、CL の計算能力は  $\lambda$  計算と (したがって Turing Machine 等とも) まったく等しくなることが知られている。たとえば CL の基本的なふたつのコンビネータ  $K$  と  $S$  はそれぞれ (型なし)  $\lambda$  計算の、次のような式や還元操作に対応している。

CL	$\lambda$ 計算
$K$	$\lambda xy.x$
$S$	$\lambda xyz.(xz)(yz)$
$SKK$	$((\lambda xyz.(xz)(yz))\lambda xy.x)\lambda xy.x$ $\xrightarrow{\beta} \lambda x.x$
$Kab \xrightarrow{w} a$	$((\lambda xy.x)a)b \xrightarrow{\beta} a$
$Sabc \xrightarrow{w} ac(bc)$	$((\lambda xy.(xz)(yz))a)b)c$ $\xrightarrow{\beta} (ac)(bc)$
$SKKa \xrightarrow{w} a$	$(\lambda x.x)a \xrightarrow{\beta} a$

### 3.3.2 なぜ CL なのか

CL は、計算論の体系としては  $\lambda$  計算や Turing Machine などと等価である。抽象化学系のモデルを設計する際、そのような等価な体系の中から特定のどの体系を選択するかは、個々の研究目的と深く関連している。

たとえば  $\lambda$  計算の場合、しばしば 1 回の還元操作でも非常に多くの置換操作が必要になる。我々の系は局所的な木構造とその意味論が還元の前後で保存されることを要求するが、意味論がいかようにも変動しうる状況で、それを変えず、なおかつ還元操作に矛盾をきたさない機構を設計することは至難である。

また、 $\lambda$  計算では関数抽象 ( $\lambda x.$  の形) を通じて還元操作が実行されるため、その実装は束縛変数に関する機構を必要とする。ところが変数は定義上無限個存在する。実装はあらかじめ無限個の変数の系列を内包するようになっていなければならないが、これは非常に難しい。事実そのような実装の例は現時点では知られていない。

CL では上記の困難を比較的たやすく解決できる。CL では束縛変数に対応した置換操作が不要である。変数に相当するアトムは一意性が保たれる限り何であってもよい。我々の系で解釈上アトムとしてあらわれるのは定数 (constant) としてのコンビネータ  $K, S$  だけである。変数のかわりになっているのは、式をあらわす木構造そのものである (後述)。

同様に CL では weak reduction の操作自体が単純なため、還元操作と直交するように (互いに影響を及ぼさないように) 別の機構や操作を重ね合わせることができる。我々の系では式の構造は木の根からの相対的な意味論のもとで決定されるが、還元操作の前後で局所的な意味論は変化しない。

### 3.3.3 木構造と CL 式の対応

我々の系でアトムに対応するものは部分木である。すなわち部分木は式の構造に対応するものであると同時に、それぞれがアトムでもある。CL ではアトムを変数 (variable) として任意の CL 式と単純に文字列置換できる。一方、我々の系で部分木は全体木の根を含む構造上の上位点 (ancestor) に依存した意味論によって決定されるが、ある時刻に木の中で (つまり特定の意味論のもとで) ある点から下の部分木は位置によらない同一性が保たれる。すなわち点と部分木は 1 対 1 対応する。こうした部分木の根を変数アトムであると見るならば CL 式の定義にはまったく矛盾しないことになる。部分木の意味論やコンビネータ  $K, S$  は実装に依存して定義される。

## 3.4 局所構造としての木と大域構造としてのネットワーク

系における概念上の単位要素は木を構成する点 (node) である。点には互いに識別可能な一意の標識が与えられるが、点自身は他を識別する (反応する) 機構を持たず、それ自身のダイナミクスも設定されない。系内で互いに反応

し、ダイナミクスをもたらす実質上の単位要素はあくまでも木構造である。現在の実装では点を実体として定義している(後述)が、実体を複数の点と枝の複合体とし、個々の点や枝は仮想的なものとして実装することはもちろん可能である。

系内のある点を根とする木に連なる点は、他の点を根とする木を構成する点でもありうる。個々の点から見た局所的な構造は2分木として、系全体としてはランダムなネットワークとして眺められることになる。

### 3.5 非一様かつ変化する時空間構造

空間構造と同様に、我々の系では時間構造もまた系それ自身に埋め込まれたものとして設定される。時間に対応するものはCL式の評価順序である。

評価されるCL式に対応する木の構造や各点の意味論は相対的に決定されるが、ひとつの木は根となる点とその直下の枝によって決定される。したがって時間の進行は根となる点の移動に対応する。結局、時間的構造に対応するCL式の評価順序は上述のネットワークに依存する。1相対時間単位(tick)は以下の3フェイズからなる。

- (1) 局所構造と意味論の決定
- (2) 可能なら縮約(還元)
- (3) 根となる点の移動

「相対的な」というのは、異なるtickにおいてどちらも還元が起こらなかった場合、また起こっても互いに影響をもたらさなかった場合(典型的にはふたつの木に関して共有する点が1個もなかった場合)、局所的には両者の時間的順序を決定することができない、という意味である。

局所的な木の組み替えは当然、点の移動順序に影響する。すなわち還元操作は単なる分子の反応ではなく、それが存在する時空間の構造をも変容させるものである。逆に言えば、分子の存在とその反応はそれ自体時空間構造に深く埋め込まれたものである。

## 4 現在の実装

以下に現在進行中の計算機実験におけるシステム設定を示す。システムの基本的な枠組みは前節で述べた通りであるが、木の構造を決定する各点の意味論や評価順序の方法などは実装に依存する。

- (I) 単位要素の構造体(CellEnt)と系(U)はC言語で次のように定義される。

```
typedef struct CellEnt
{
    int id;
```

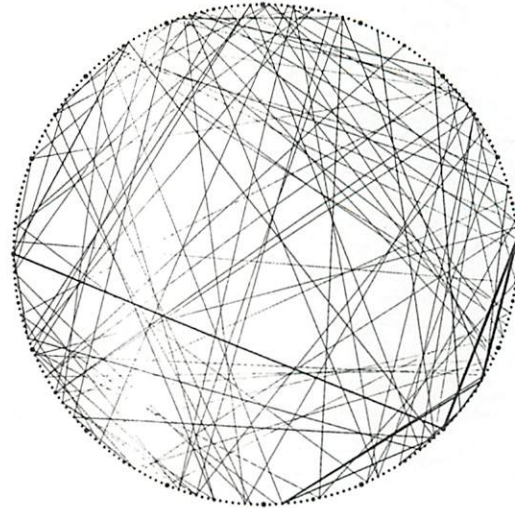


図2: ひとつの根(図右端付近)から伸びた木構造の一部を表示させたもの。根に近いほど太い線で描かれている。

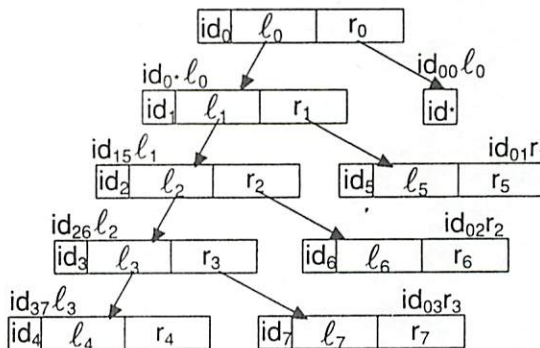


図3: 木を構成する各点は根となる点(上)から連鎖的に、相対的に定まる。

```
int left;
int right;
} CellEnt;
```

```
CellEnt U[256];
```

メンバidには各点に固有の値が、leftおよびrightには初期状態ではランダムな値が格納される。

- (II) 根の一方の枝に連なる部分木を評価対象式とし、他方の枝に連なる点を「次回の根」とする。
- (III) 根となる点がcであるとき、c下の木の点xの意味論と左右の枝は次のように決定される。

- 意味論:
 

{	S	(if((c.id^x.id)&0x07==1))
	K	(if((c.id^x.id)&0x07==3))
	o	otherwise; 結合(CL式定義の(2))
- 右の枝に連なる点:  $U[r=c.id^x.id^x.right]$

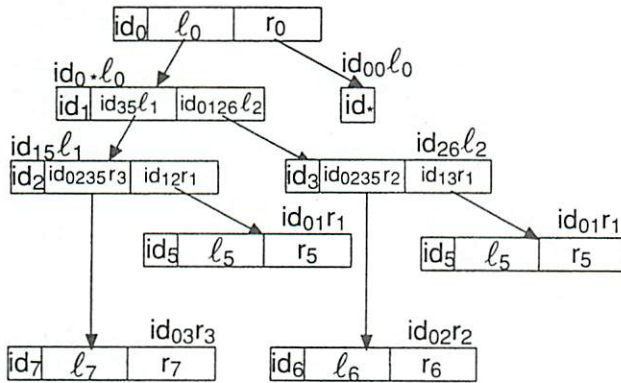


図 4: 還元操作の前後で木の局所的な意味論は保たれる。

- 左の枝に連なる点:  $U[c.id^r.id^x.left]$

このような形になっているのは、CLの還元操作を単純に実装したままでは意味論が局所的にならないことと、意味論を含めて弱基であるかどうかの判定が(図3の)左側だけに依存してしまうためである。上記のような形をとることによって、木構造は右側から、意味論は左側から決定される。

また、演算子として「Exclusive OR」(記号 $\wedge$ )を使っているのは、メンバ  $id, left, right$  の実体内部で各ビットに依存関係が生じないようにするためである。

- (IV) 還元(縮約)操作で木を組み替える際、図のように還元の前後で意味論が保たれるようメンバ  $left, right$  の値を変更する。メンバ  $id$  は変更されない。
- (V) 系の大まかな挙動を調べるために系内の点の個数を少なく抑え(256個)、「次回の根となる点」の決定に際し、さまざまな揺動(fluctuation)を加えるようなアルゴリズムを追加した。より大きな系では互いに揺動を加えあうような構造が出現すると考えられる(揺動アルゴリズムはそれを模擬するものである)。その際は揺動アルゴリズムを用いず、初期状態のみに依存する系で実験を行う予定である。

## まとめ

普遍的な創発概念の定式化を目指す上で、我々は既存の抽象化学モデルに1)要素間および要素-全体の非分離性、2)意味論および反応の局所性、3)時空間の構造可変性を導入すべき必要性を見出した。これを踏まえ、基本的な要素間相互作用の規則として combinatorial logic を用いた抽象化学系の基本構成を定めた上で、いくつかの実装依存の特徴とともに小規模な実験系を計算機上に実装した。現在この実験系を用いた計算機実験を行い、得られた結果をさまざまな手法で解析しつつ、実装の微調整を行っている。

## 参考文献

- [1] W. B. Arthur, S. N. Durlauf, and D. A. Lane (eds.), "The Economy as an Evolving Complex System II", Santa Fe Institute Studies in the Sciences of Complexity Proceeding Volume XXVII, Addison-Wesley, 1997
- [2] H. P. Barendregt, "The Lambda Calculus: Its Syntax and Semantics", North-Holland, 1984
- [3] P. Dittrich and W. Banzhaf, "A Topological Structure Based on Hasing - Emergence of a "Spatial" Organization", in *Proceeding for Fourth European Conference on Artificial Life (ECAL97)*, Brighton, 1997
- [4] M. Eigen and P. Schuster, "The Hypercycle: A Principle on Natural Self-Organization", Springer-Verlag, 1979
- [5] W. Fontana and L. W. Buss, "The Barrier of Objects", in *Boundaries and Barriers*, eds. J. Casti and A. Karlqvist, Addison-Wesley, 1996
- [6] W. Fontana, G. Wagner and L. W. Buss, "Beyond Digital Naturalism", *Artificial Life* 1/2, 1994
- [7] W. Fontana and L. W. Buss, "The Arrival of the Fittest: Toward a Theory of Biological Organization", *Bull. Math. Biol.*, 56, 1994
- [8] W. Fontana, "Algorithmic Chemistry", in *Artificial Life II*, eds. C. G. Langton, C. Taylor, J. D. Farmer and S. Rasmussen, Addison-Wesley, 1991
- [9] W. Fontana, "Functional Self-Organization in Complex Systems", in *Pattern Formation in the Physical and Biological Sciences*, eds. H. F. Nijhout, L. Nadel and D. Stein, Addison-Wesley, 1997
- [10] J. R. Hindley and J. P. Seldin, "Introduction to Combinators and  $\lambda$ -Calculus", Cambridge University Press, 1998 (an informal copy with some corrections by author; original in 1986)
- [11] R. Lewin, "Complexity - Life at the Edge of Chaos", MacMillan Publishing, 1992
- [12] B. Mayer and S. Rasmussen, "Self-Reproduction of Dynamical Hierarchies in Chemical Systems", in *Artificial Life VI*, eds. C. Adami, R. K. Belew, H. Kitano and C. E. Taylor, MIT Press, 1998
- [13] J. F. Padgett, "The Emergence of Simple Ecologies of Skill: A Hypercycle Approach to Economic Organization", in *The Economy as an Evolving Complex System II*, eds. W. B. Arthur, S. N. Durlauf, and D. A. Lane, Addison-Wesley, 1997
- [14] M. Polanyi, "The Tacit Dimension", Routledge & Kegan Paul, 1966
- [15] Y. Suzuki(鈴木泰博) and H. Tanaka(田中博), "Order Parameter for a Symbolic Chemical System", in *Artificial Life VI*, eds. C. Adami, R. K. Belew, H. Kitano and C. E. Taylor, MIT Press, 1998
- [16] J. von Neumann, "Theory of Self-Reproducing Automata", edited by A. W. Burks, 1966
- [17] E. O. Wilson, "On Human Nature", Harvard University Press, 1978
- [18] S. Wolfram, "Cellular Automata and Complexity", Addison-Wesley, 1994
- [19] 池上高志, 「マシンとテープにみる自己複製と突然変異」, 遺伝的アルゴリズム 3, 北野宏明編, 産業図書, 1997
- [20] 高橋正子, 「計算論: 計算可能性とラムダ計算」, 近代科学社, 1991
- [21] 田中博, 鈴木泰博, 「発展的自己参照系に基づく計算モデルの研究」, 文部省科研費重点領域研究「創発的機能形成のシステム理論」成果報告書, 1998
- [22] 横内寛文, 「プログラム意味論」, 共立出版, 1994