

非線型ダイナミクスをもつ部分系における情報の生成と伝達の評価†

野澤孝之*・三宅美博*

Generation and Transmission of Information in Nonlinear Subsystems†

Takayuki NOZAWA* and Yoshihiro MIYAKE*

In biological complex dynamics, a system should be discussed in terms of mutual interaction between subsystems. And where, there are conflicting two tendencies; one is adaptation to inputs from environment, while another is deviation from the inputs. To characterize these conflicting sides of complex dynamics, theoretical framework of information flow rate is available. But this framework has limitation in analyzing subsystem which has large degree of freedom. In this paper, a new method to overcome this limitation is proposed, and generation and transmission of information in subsystems of coupled map lattice (CML) systems are estimated as an example.

Key Words: subsystems, dynamic entropy, mutual information, information flow rate, chaos

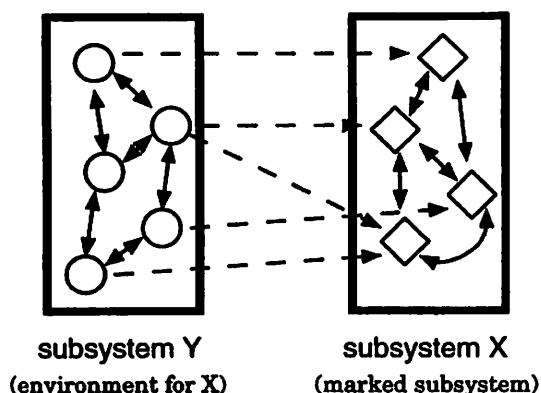


Fig. 1 Basic structure taken into consideration

1. 導 入

生物をはじめとする「複雑なシステム」の研究に共通する困難は、対象とするシステムを孤立した形で議論できないということである¹⁾。環境との相互作用を通して生存する生物個体、神経系における部位と部位との相互作用に基づく情報処理、細胞間の物理・化学過程を通じて実現される形態の形成、そのほか至る所・どんなスケールにおいても、ある部分を問題にしようとする時、その部分と相互作用を持つ他の部分を考慮に入れる必要が出てくる。

この中でも基本的な状況として、部分から部分への作用が1方向である Fig. 1 の構造を考える。ここで部分系 X に注目すると、X は部分系 Y からの作用と内部のダイナミクスの両方に依って時間発展する。このとき系全体が「複雑なシステム」であるならば、しばしば部分系 X の発展に「外部からの作用に対して適応的であると見做されるような振舞い（以下、適応と呼ぶ）を示しながら、なおかつ完全には適応しない（以下、逸脱と呼ぶ）」という特徴が見出される。あるいは、これらの特徴を示す系を「生物的」、またはその要件の1つを見たす系であるとする方向もある。このような性質は自律性、自由性、多様性、柔軟さ、複雑さなど、様々に表現されてきた。

この適応と逸脱の両側面は、自身を維持しながら発達・学習する系にとって、不可欠である。何故なら、外部からの作用に対し全く独立に振る舞っている系自身を存続させることができず、また類似の作用に対しても異なる振舞いを示す性質が無ければ外部の構造により対応した方向へ内部構造を拡大・修正することができないからである。

そこで、系の発展が決定論的な規則で記述される「複雑なシステム」一般のダイナミクスを考えるとき、ある部分系の、他の部分系からの作用に対する適応と逸脱を客観的な問題として扱う必要が出てくる。本研究では、この両側面を定量的に特徴づけることを目的とし、そのための評価手法を提案する。

適応と逸脱の両側面に対して定量的な特徴づけを行うための1つの視点として、決定論的な系の振舞いから生成される情報に着目する立場をとりあげる²⁾。決定論的な系を Fig. 1 のように部分系に分解して考えるとき、部分系 X が予測できない複雑な振舞いをするならば、X でのその情報生成のうち

† IEEE SMC 国際会議で発表 (1999・10)

* 東京工業大学総合理工学研究科 横浜市緑区長津田町 4259

* Interdisciplinary Graduate School of Science and Engineering, Tokyo Institute of Technology, Yokohama
(Received January 4, 2000)

(Revised June 5, 2000)

どれだけ部分系 Y に従属した成分で、どれだけ Y に依らない X に固有な成分か、を問題にすることができる。このように、ある部分系で生成される情報を、その部分系内部で固有に生成した成分と、他の部分系から伝達された成分とに分解することで、外部の入力への適応とそれからの逸脱を定量化する指標の1つが得られるのである。

このような情報の分解を与える理論的枠組として、情報流れ率の概念がある³⁾。これは、決定論的な時間発展の予測不可能性を定量化する指標である力学的エントロピーを、「伝達」を含む形に一般化したものとして捉えることができる。この枠組は、原理的には Fig. 1 の分解された構造での、部分系における情報の生成と伝達の評価に適用できるものである。しかし、一般の、複数の活性な自由度を含む部分系に対しての適用には限界が生じる。これは、情報流れの枠組が、有り得る状態すべてについての知識を同時に必要するためであり、自由度の増加とともに考慮すべき状態数が爆発的に増大するためである。

本研究では、Fig. 1 の構造で表され、決定論的に時間発展し、かつ予測不可能・カオス的な振舞いを示す系において、複数の活性な自由度を持つ部分系 X での情報生成を、部分系 Y からの情報伝達と、 X での独立な情報生成とに分解し、定量化するための手法を議論する。状態空間全体の知識を必要とする枠組から、時間発展に沿っての情報流れの評価への転換によって、これを可能にする方法を提案する。

次節 §2 では、情報の伝達と生成を議論するために必要な理論的基盤を示し、情報流れ率の考え方を紹介する。§3 では、部分系における情報の生成・伝達を評価するうえで、既存の方法の問題を指摘し、それを克服するための手法を提案する。§4 では、提案した手法を、具体例として結合写像格子に適用し、結果を議論する。最後に §5 で本研究をまとめ、問題点および今後の展開を示す。

2. 理論的基盤

2.1 エントロピー、条件付きエントロピー、相互情報量

力学的エントロピーは情報理論におけるエントロピーに基礎を置く。また、情報の伝達を考えるために、条件付きエントロピー、相互情報量の関係をおさえておく必要がある。

情報理論では（主に定常）確率過程として記述される情報源と通信路に関して、そこでの情報の生成および伝達をエントロピーまたは情報量で定量化する。ここでは離散的有限 (M) 元情報源を考える。

まず、情報源 X の 1 次エントロピーはつぎのように定義される:

$$H_1(X) = - \sum_{i=1}^M p_i \log p_i = \sum_{i=1}^M p_i h_i, \quad (1)$$

ここで $h_i = -\log p_i$ は事象 $X = X_i$ の自己情報量と呼ばれる量であり、1 次エントロピーはこの自己情報量をすべての事象について平均したものである。

更に、この情報源が発生する n 個の情報源記号をまとめて 1 つの情報源記号と見たとき、それを発生する n 次の拡大情報源 X^n の 1 次エントロピー $H_1(X^n)$ から、 n 次エントロピーが定義される:

$$H_n(X) = \frac{H_1(X^n)}{n}.$$

n 次エントロピーについて $n \rightarrow \infty$ の極限をとったものが、(1 情報源記号当たりの) エントロピー $H(X)$ である:

$$H(X) = \lim_{n \rightarrow \infty} H_n(X).$$

以下、区別が必要な場合には、このエントロピーをシャノン・エントロピーと呼ぶ。記憶のない情報源、つまり情報源記号がおのおのの独立に定常確率分布 $\{p_i\}$ に従って出力される情報源では、エントロピーは 1 次エントロピーに一致する:

$$H(X) = H_1(X) = - \sum_{i=1}^M p_i \log p_i.$$

つぎに、情報源を 2 つの確率変数 X, Y で分けたときの、エントロピーの分解を考える。

条件付きエントロピーはつぎのように定義される:

$$\begin{aligned} H(X|Y) &= - \sum_y P(y) \sum_x P(x|y) \log P(x|y) \\ &= - \sum_x \sum_y P(x,y) \log P(x|y), \quad (2) \end{aligned}$$

ただし $P(x|y)$ は X の Y に対する条件付き確率、 $P(x,y)$ は X と Y の結合確率である。この条件付きエントロピーは、 X のエントロピーのうち Y に独立な成分を測る。

X のエントロピーから条件付きエントロピー $H(X|Y)$ を差し引いたものが、 X と Y の相互情報量 $I(X;Y)$ である:

$$H(X) = H(X|Y) + I(X;Y) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow I(X;Y) &= H(X) - H(X|Y) \\ &= \sum_x \sum_y P(x,y) \log \frac{P(x|y)}{P(x)} \\ &= \sum_x \sum_y P(x,y) \log \frac{P(x,y)}{P(x)P(y)}. \quad (4) \end{aligned}$$

この形式の分解を、力学系が生成する時系列について更に進めると、§2.3 で示される情報流れ率の考え方へと導かれる。

2.2 力学的エントロピー

カオスのエルゴード理論についての全般的な解説は、文献 4) を参照のこと。ここでは、力学的エントロピーについて後で必要となる事柄をまとめる。

決定論的な系における振舞いの複雑さの 1 つの側面は、その振舞いの予測不可能性で特徴づけられる。力学的エントロピーは観測の限界に基づく系の予測不可能性が表に現れてくる平均的な速さであり、このような時間平均がとれるためには、系の軌路が漸近的に定常な分布を与えなければならない。このようにして、時間発展に関して不変な分布密度（不変測度の密度） ρ が定まる。

離散時間 $\{i: i \in Z, 0 \leq i \leq T\}$ における, 時間発展 f が生成する離散的な軌道 $\{x_i\}$ の不変測度の密度 $\rho(x)$ として, 操作的なつぎの定義を用いる:

$$\rho(x) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T \delta(x - x_i), \quad (5)$$

ここで $\delta(x)$ はディラックのデルタ関数である. また, 状態 x に対して定義される任意の連続関数 g について, つぎのように不変測度による平均が定まる:

$$\begin{aligned} \rho(g) &\equiv \int \rho(dx) g(x) \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{i=0}^T g(x_i). \end{aligned} \quad (6)$$

本論文で扱うのは, このような不変測度, 時間平均が定まる状況である.

初期条件によって不変測度は複数, 存在しうが, (少なくともほとんどの場合の) 物理系の時間発展, そして計算機シミュレーションで実現されるのは, 最も多くの状態にまたがる「自然な」不変測度, 物理的測度である.

力学的エントロピーは相空間の分割の概念に基盤を置く. 集合 X の分割 $\mathcal{E} = \{E_i\}$ とは, 任意の $x \in X$ に対してある $E_i \ni x$ であり, かつ $E_i \cap E_j = \emptyset, i \neq j$ を満たすセル E_i から構成される集合族である. 特に Kolmogorov-Sinai (KS) エントロピーは, 分割についての不変測度 ρ に基づくシャノン・エントロピーの概念から定義されるものである.

まず, KS エントロピー $h(\rho)$ を定義するためには, 相空間はコンパクトな距離空間であり, 不変測度 ρ はその上で定義されると想定する.

$\mathcal{E} = \{E_1, \dots, E_M\}$ を相空間の有限で ρ -可測な分割としよう. 分割の各セル E_j に対し, f^k によって E_j に写される点の集合を $f^{-k}E_j$ と書く. この時 $f^{-k}\mathcal{E}$ は分割 $\{f^{-k}E_1, \dots, f^{-k}E_M\}$ を表す. 最後に, $\mathcal{E}^{(n)}$ は以下のように定義される:

$$\mathcal{E}^{(n)} = \mathcal{E} \vee f^{-1}\mathcal{E} \vee \dots \vee f^{-n+1}\mathcal{E}.$$

これは以下をセルとする分割である:

$$E_{i_1} \cap f^{-1}E_{i_2} \cap \dots \cap f^{-n+1}E_{i_n}$$

ただし $i_j \in \{1, 2, \dots, M\}$.

分割 $f^{-k}\mathcal{E}$ は \mathcal{E} から時間発展によって導き出されたものである. 分割 $\mathcal{E}^{(n)}$ は \mathcal{E} から長さ n ステップの時間発展によって生成された分割である.

分割 \mathcal{E} について, 以下のように不変測度 ρ を用いたエントロピーを定義する:

$$H(\mathcal{E}) = - \sum_{i=1}^M \rho(E_i) \log \rho(E_i),$$

ただし $u = 0$ のとき $u \log u = 0$ であることに注意. これをもとに, $h(\rho, \mathcal{E})$ と $h(\rho)$ を定義する:

$$h(\rho, \mathcal{E}) = \lim_{n \rightarrow \infty} [H(\mathcal{E}^{(n)}) - H(\mathcal{E}^{(n-1)})]$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} H(\mathcal{E}^{(n)}). \quad (7)$$

$$h(\rho) = \sup_{\mathcal{E}} h(\rho, \mathcal{E}) = \lim_{\text{diam } \mathcal{E} \rightarrow 0} h(\rho, \mathcal{E}). \quad (8)$$

ここで $\text{diam } \mathcal{E} = \max_i \{\text{diameter of } E_i\}$ である. $h(\rho, \mathcal{E})$ は分割 \mathcal{E} に関する情報生成の率であり, $h(\rho)$ は分割をより精密にしていったときの上限である. この最後の上限は, 分割 \mathcal{E} が生成分割であるとき, 省くことができる. \mathcal{E} が生成分割となるためには, $n \rightarrow \infty$ で $\text{diam } \mathcal{E}^{(n)} \rightarrow 0$ であれば十分である. たとえば, 区分的に単調な連続 1 次元写像では, 生成分割は単調な領域の境界となる特異点で定義区間を分けることで得られる.

記号力学系の考え方により, 上のように分割の時間発展から定義された KS エントロピーを, 固定された分割についての推移の履歴に基づく定義に捉え直すことができる⁵⁾. まず, 有限個のセルをもつ分割 $\mathcal{E} = \{E_i: i \in \{1, \dots, M\}\}$ で, セル E_ω とアルファベット $\mathcal{A} = \{1, \dots, M\}$ の記号 ω とを対応づける. この時, つぎの関係によって, 状態発展の時系列 $\{x_n\}_{n=-L+1}^0$ を長さ L の記号列 $\tilde{\omega}_L \equiv \{\omega_n\}_{n=-L+1}^0$ と割り当てる写像 ψ_L を得る:

$$\begin{aligned} x &\in \bigcap_{n=0}^{-L+1} f^n E_{\omega_n} \\ &\Leftrightarrow (x_{-L+1} \in E_{\omega_{-L+1}}, \dots, x_0 \in E_{\omega_0}) \\ &\Leftrightarrow \psi_L(x) = \tilde{\omega}_L = \{\omega_n\}_{n=-L+1}^0. \end{aligned} \quad (9)$$

つまり, 長さ L の記号列 $\tilde{\omega}_L$ は時間発展に沿った, L 時間ステップでの状態の分割間の遷移を表す (以下, 本研究ではこの遷移を分割推移と呼ぶ).

この時, 分割 $\mathcal{E}^{(L)} = \{E_{\omega_0 \dots \omega_{-L+1}} \equiv E_{\omega_0} \cap \dots \cap f^{-L+1}E_{\omega_{-L+1}}\}$ に対する記号列の確率分布 \mathcal{P} を:

$$\mathcal{P}(\omega_0 \dots \omega_{-L+1}) = \rho(E_{\omega_0 \dots \omega_{-L+1}}) \quad (10)$$

と定めれば, 式 (7), (8) の KS エントロピーの定義は:

$$\begin{aligned} H(\mathcal{E}^{(L)}) &= - \sum_{\mathcal{E}^{(L)}} \mathcal{P}(\omega_0 \dots \omega_{-L+1}) \\ &\quad \times \log \mathcal{P}(\omega_0 \dots \omega_{-L+1}). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} h(\rho, \mathcal{E}) &= \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} H(\mathcal{E}^{(L)}) \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} [H(\mathcal{E}^{(L)}) - H(\mathcal{E}^{(L-1)})] \\ &= \lim_{L \rightarrow \infty} H(\mathcal{E} | \mathcal{E}^{(L)}). \end{aligned}$$

$$h(\rho) = \sup_{\mathcal{E}} h(\rho, \mathcal{E}).$$

となり, 生成分割をとったとき, 分割推移の条件付きエントロピーから KS エントロピーが求められることがわかる⁶⁾.

特性指数あるいはリャプノフ指数は, 初期値の微小な違いが時間発展にどのように影響するかを特徴づける指標である. われわれが主に興味をもっている物理的測度では, 多くの場合, リャプノフ指数 $\{\lambda_i\}$ と KS エントロピーの間につぎの Pesin の等式と呼ばれる関係が成り立つ⁴⁾:

$$h(\rho) = \sum_{\lambda_i > 0} \lambda_i \quad (11)$$

合計は正のリアプノフ指数についてとる。一般の時間発展規則に対して、Pesinの等式が成立するための必要十分条件は明らかでない。が、不変測度が不安定方向（引き伸ばしの起こる方向）について滑らかなときは成り立つと見做せる。リアプノフ指数の計算は比較的容易なので、Pesinの関係はKSエントロピーの評価によく用いられる。

2.3 情報流れ率への一般化

前の節で見たように、KSエントロピーは1つの自動系全体での時間発展に伴う情報生成の率の指標となる。しかし、KSエントロピーの定義では、系を構成する部分系から部分系への情報の伝達を扱うことができない。条件付きエントロピーおよび相互情報量への対応が明らかでないためである。

そこで、情報理論におけるエントロピーの枠組に対応し、KSエントロピーを含む形で一般化された、情報流れ率の概念が提示されている³⁾。ここでは、情報量を分解し、それによって得られる項（基本情報量）を適切に組み合わせるという形式が本質となる。以下でその概略と、導出を省略した結果を示す。

§2.1の式(3)が分解の基本となる。この式で、変数 X の情報量は変数 Y に独立なものとしてでないものの2つの項に分けられている。同じ型の分解を条件付きエントロピーおよび相互情報量に対して帰納的に施すことができる。このようにして、条件付き相互情報量と呼ばれる一連の新しい量が帰納的に定義される。これらの量は、ある特定の変数の集合に独立か否かによって定義されることがポイントである。

今、2つの時系列 $\{i_n\}$ と $\{j_n\}$ を考える。第1の帰納的關係は一連の条件付きエントロピーを分解し、2つの引数をもつ条件付き相互情報量を定義する。

$$H_{j_1, \dots, j_n}(i) = H_{j_1, \dots, j_n, k}(i) + I_{j_1, \dots, j_n}(i; k)$$

左辺の条件付きエントロピーは j_1, \dots, j_n に独立な i の情報量であり、それが右辺で分解されている。右辺の第1項は k に独立な部分、第2項は k と i に共通な部分を表す。この第2項が2つの引数をもつ条件付き相互情報量である。

つぎの第2の帰納的關係は、2つの引数をもつ条件付き相互情報量からもっと多い引数を持つ条件付き相互情報量を定義する。

$$I_{j_1, \dots, j_m}(i_1, \dots, i_n) \\ = I_{j_1, \dots, j_m, k}(i_1, \dots, i_n) + I_{j_1, \dots, j_m}(i_1, \dots, i_n; k)$$

定義により、条件付き相互情報量は、添字にある変数について独立で引数にある変数について共通な情報の総量を表す。

この分解を徹底することで、時系列のすべての時刻の確率変数 i_n について、それを引数にとるかまたは添字にとるかした条件付き相互情報量を得られる。これを基本情報量と呼び、つぎのように定義する：

$$J(i_{k_1}, \dots, i_{k_n}) = I_{\text{all the other variables}}(i_{k_1}, \dots, i_{k_n})$$

i_k は可能な状態の1つをとっている確率変数であり、その添字 k は相対的な時間順序を表すから、確率の時間並進対称

性 $p(i_0, \dots, i_n) = p(i_0+l, \dots, i_n+l)$ for $\forall l \in \mathbb{Z}$ が成り立つ。従って、基本情報量についても時間並進対称性が言える：

$$J(i_{k_1}, \dots, i_{k_n}) = J(i_0, \dots, i_{k_n-k_1})$$

以下では、基本情報量はすべて、相対的に最も早い時刻の確率変数を i_0 とする上式右辺の表現で考える。

エントロピーおよび相互情報量はすべて、基本情報量の和に分解することができる。この基本情報量を適当に足し合わせることで、KSエントロピーおよび力学系での条件付きエントロピー、相互情報量にそれぞれ対応し、またそれらの間に§2.1で見た各関係が成立するような、様々な情報流れ率が得られる。

まず、1つの時系列 $i = \{i_n\}$ での情報流れ率 $K(i)$ はつぎのように表される：

$$K(i) = \sum_{s \ni i_0 \text{ and } s \ni i_k \text{ for } k < 0} J(s) \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} H_{i_{-n}, \dots, i_{-1}}(i_0) \quad (12)$$

ただし s は引数の集合を表す。時系列 i が生成分割によって離散的流れと対応づけられる記号列（式(9)参照）ならば、 $K(i)$ はKSエントロピーに一致する。

つぎに、2つの時系列 $i = \{i_n\}$ と $j = \{j_n\}$ を考える。このとき、 i, j の全情報流れ率 $K(i, j)$ は：

$$K(i, j) = \sum_{s \ni i_0 \text{ or } j_0 \text{ and } s \ni i_k, j_k \text{ for } k < 0} J(s) \\ = \lim_{n \rightarrow \infty} H_{i_{-n}, j_{-n}, \dots, i_{-1}, j_{-1}}(i_0, j_0) \quad (13)$$

この場合も、 (i, j) が生成分割によって1つの力学系の流れと対応づけられるならば、 $K(i, j)$ はこの系のKSエントロピーに一致する。

$K(i, j)$ の中の基本情報量のうち、時系列 j の確率変数を引数に持たないものを足し合わせることで、 $K(i | j)$ が定義される：

$$K(i | j) = \sum_{s \ni i_0 \text{ and } s \ni i_k \text{ for } k < 0 \text{ and } s \ni j_l \text{ for any } l} J(s) \\ = K(i, j) - K(j)$$

これは時系列 i に現れる、時系列 j と独立な情報を表す。同様に $K(j | i)$ も定義される。 $K(i, j)$ に含まれ、 $K(i | j), K(j | i)$ には含まれない基本情報量の総和が交差情報流れ率 $K(i; j)$ になる。これは2つの時系列に共通な情報である。これより以下の関係が成り立つ：

$$K(i, j) = K(j | i) + K(i | j) + K(i; j) \\ \Rightarrow K(i; j) = K(i, j) - K(j | i) - K(i | j) \\ = K(i) + K(j) - K(i, j) \quad (14)$$

交差情報流れ率 $K(i; j)$ は、2つの時系列 i, j に同時に現れる情報成分 $K(i \text{ and } j)$ ・まず i に現れ j に移動する成分 $K(i \text{ to } j)$ ・まず j に現れ i に移動する成分 $K(j \text{ to } i)$ の3つに分解することができる。ただし、Fig. 1のように作用が1

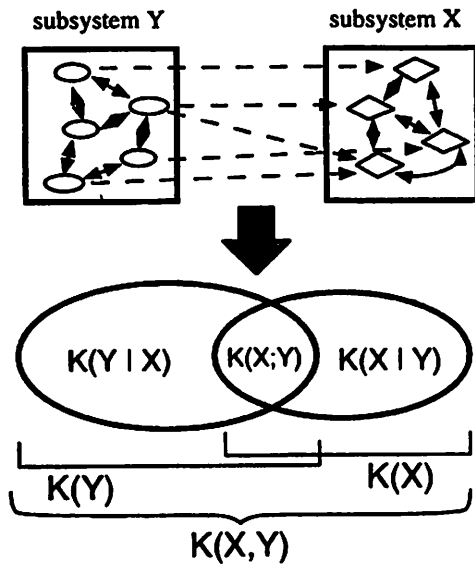


Fig. 2 Decomposition of information generated by system $(X + Y)$ into various information flow rates

方向の系では、交差情報流れ率 $K(i; j)$ を計算できれば十分である。

3. 解析手法の理論

この節では、情報流れ率の枠組のもとで、複数の部分系からなる系の、情報の生成と伝達を定量化するために問題となる点を指摘し、これを克服するために本研究で導入する手法を示す。

3.1 問題設定

ここでの問題は、Fig. 1の構造をもつ系について、部分系 X, Y がともに複雑な、あるいは「予測不可能な」振舞いを示すとき、部分系 Y から部分系 X への情報の伝達がどれだけ起こっているか、また部分系 X 自身の時間発展の特性による情報の生成はどれだけか、を特徴づけることである。

Fig. 2に見られるように、 Y からの伝達成分 $K(X; Y)$ と、 Y に独立な成分 $K(X | Y)$ からなる部分系 X での情報生成 $K(X)$ の構造を同定するには、 $K(X), K(Y), K(X, Y)$ がわかればよい。また、 $K(Y), K(X, Y)$ は $K(X)$ と同様に求められる量である。そこで以降では、 Y からの作用を受けながら発展する X の情報生成率を表す $K(X)$ を、いかに求めるかを問題にする。

前節で述べた情報流れ率の考え方によって、原理上は多自由度の部分系での情報の生成や伝達も計算できる。しかし、実際には、この方法を複数の自由度を持つ部分系の情報生成の分析にそのまま拡大して適用することはほとんどできない。これは、力学的エントロピーや情報流れ率の考え方が、全状態についての統計(分布密度)を同時に必要とするという事情による。具体的に言うと、自由度が増すにつれて状態を指定するのに必要な分割のセル数は自由度のべきで増大する。これら分割の全セルについて、履歴も含めて度数を累積して

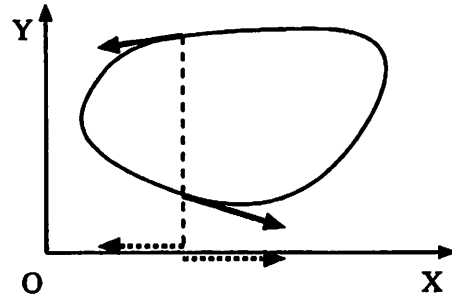


Fig. 3 Project flow into subspace

いき、分割推移の不変分布を求めることが不可能となるのである。

Pesinの等式(11)からわかるように、KSエントロピーとリャプノフ指数は力学系の振舞いについてほぼ同等な指標を与える。その一方で、リャプノフ指数は、各状態での近接軌道間の距離の局所的な拡大、あるいは近接軌道の分離の率を、時間発展に沿って平均することで得られる量であり、相空間全体の不変測度を必要とするKSエントロピーに比較して扱いやすい。 $K(X)$ を求めるにも、類似の方法を用いることができないだろうか? この考えに基づき、相空間での定常分布から情報量を計算するのではなく、時間発展に沿って情報の生成を評価する方法を以降で提案する。

3.2 時間発展の分離による情報生成の評価

部分系 Y からの作用を受けながら発展する部分系 X の生成する情報量 $K(X)$ を計算するには、系全体の時間発展を、部分系 X の状態を記述する部分空間 X に射影したもののエントロピーを求めればよい。ただし、ここで注意が必要となるのは、部分空間 X では時間発展は力学系としての流れを形成しないということである。部分空間 X 上で同じ点も、 Y における自由度の状態が異なる場合、同じ発展はしない(Fig. 3)。従って軌道の分離という考え方は、そのままでは用いることができない。

また、決定論的な系に、独立な確率的ゆらぎを加えた系で、軌道の分離を特徴づける方法も提案されている⁷⁾。そこでの事情はこの場合といくつかの共通点がある。しかし、ここでは X の状態と Y の状態は関連しているため、 X における決定論的な発展規則に、独立な Y からの摂動を加算するという形で X での時間発展を記述することはできない。 X での状態と、その時の Y での状態の間に偏りが存在しており、その統計的性質を評価に入れなければならないのである。これが、ここでの問題を難しくしている本質的な部分となる。

この、 X と Y の間の偏りの統計を含めるために、部分空間 X 上での「近接する時間発展」の概念をつぎのように定める。

基盤とするのは、§2.3と同じく、相空間の分割による時間発展の離散化である。まず、分割の構成である。 X および Y 上でそれぞれ分割 $\{E_i\}_{i=1}^{M_x}, \{F_j\}_{j=1}^{M_y}$ を定め、系全体の相空間の分割は、その各セルの直積から構成される分割とする;

$$\{E_i \times F_j : i \in \{1, \dots, M_x\}, j \in \{1, \dots, M_y\}\} \quad (15)$$

今、漸近的に系全体の相空間で1つのアトラクター上におちている時間発展 (x_t, y_t) に注目する。ここで、 x_t は部分空間 X での座標、 y_t は部分空間 Y での座標である。これに対して、同じアトラクターの吸引域の内にあるランダムな初期値からスタートし、 $t = t_0 - L$ から $t = t_0 - 1$ までの L ステップにおいて部分空間 X 内で x'_t が x_t と同じ分割推移をする時間発展 (x'_t, y'_t) を、 (x_t, y_t) の時刻 t_0 での X 上 L -近接発展と呼ぶ。ここで、 y_t と y'_t の間には何の関係も想定していないことに注意。

(x_t, y_t) の時刻 t_0 での X 上 L -近接発展 (x'_t, y'_t) が、今の時刻 t_0 で部分 X 上で見て異なる分割のセルに分かれたとき(つまり、 $x_{t_0} \in E_i, x'_{t_0} \in E_j, i \neq j$ のとき)、 (x_t, y_t) と (x'_t, y'_t) は分離したとする。また、時刻 t における分離を判定するために次を定義する:

$$d_{\text{sep}}(t) = \begin{cases} 1, & (\text{時刻 } t \text{ で分離するとき}) \\ 0, & (\text{時刻 } t \text{ で分離しないとき}). \end{cases}$$

この分離が起こる頻度は、明らかに部分空間 X での振舞いの予測不可能性を表す1つの指標となっている。では、情報流れ率 $K(X)$ とどのように関係しているか? 直観的に、分離の頻度が高いほど部分 X での時間発展の予測不可能性は強いと言える。これを確認し、 $K(X)$ と X 上近接発展の分離の確率との関係を見ていこう。

まず、 X 上での時間発展 x_t に沿った分割推移の記号列を $\{i_t\}$ で表す。時間発展に沿って時間平均した分離の率 R_{sep} をつぎのように定義する:

$$R_{\text{sep}} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_{\text{sep}}(t).$$

R_{sep} は不変測度 ρ の性質および式 (10) から、つぎのように変形できる:

$$\begin{aligned} &= \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{i_{-L}, \dots, i_{-1}} T_{(i_{-L}, \dots, i_{-1})} \\ &\quad \times r_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | i_{-L}, \dots, i_{-1})\}) \\ &= \sum_{i_{-L}, \dots, i_{-1}} \mathcal{P}(i_{-L}, \dots, i_{-1}) \\ &\quad \times r_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | i_{-L}, \dots, i_{-1})\}). \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、 $\sum_{i_{-L}, \dots, i_{-1}}$ はあり得るすべての L ステップ分割推移についてとる。 $T_{(i_{-L}, \dots, i_{-1})}$ は長さ T の時間発展のなかで、過去 L ステップの分割推移が (i_{-L}, \dots, i_{-1}) である状態の占める時間を表す。 $r_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | i_{-L}, \dots, i_{-1})\})$ は、独立な2つの X 上 L -近接発展が分離する確率として定義され、つぎのように求められる:

$$\begin{aligned} &r_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | i_{-L}, \dots, i_{-1})\}) \\ &= 1 - (\text{分離しない確率}) \\ &= 1 - \sum_{i_0=1}^{M_x} \mathcal{P}(i_0 | i_{-L}, \dots, i_{-1})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \sum_{i_0} \mathcal{P}(i_0 | i_{-L}, \dots, i_{-1}) \\ &\quad \times \{1 - \mathcal{P}(i_0 | i_{-L}, \dots, i_{-1})\}. \end{aligned} \quad (17)$$

ただし、 $\mathcal{P}(i_0 | i_{-L}, \dots, i_{-1})$ は式 (10) から定義される、分割推移を表す記号列の条件付き確率分布である:

$$\mathcal{P}(i_0 | i_{-L}, \dots, i_{-1}) = \frac{\mathcal{P}(i_{-L}, \dots, i_{-1}, i_0)}{\mathcal{P}(i_{-L}, \dots, i_{-1})}.$$

一方で、式 (12) より、十分大きな L に対して:

$$\begin{aligned} K(X) &\simeq H_{i_{-L}, \dots, i_{-1}}(i_0) \\ &= \sum_{i_{-L}, \dots, i_{-1}} \mathcal{P}(i_{-L}, \dots, i_{-1}) \\ &\quad \times h_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | i_{-L}, \dots, i_{-1})\}) \end{aligned} \quad (18)$$

ただし h_{sep} は確率 $\mathcal{P}(i | i_{-L}, \dots, i_{-1})$ についての1次エントロピーである:

$$\begin{aligned} &h_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | i_{-L}, \dots, i_{-1})\}) \\ &\equiv - \sum_{i_0} \mathcal{P}(i_0 | i_{-L}, \dots, i_{-1}) \\ &\quad \times \log \mathcal{P}(i_0 | i_{-L}, \dots, i_{-1}). \end{aligned} \quad (19)$$

式 (18) は、 $K(X)$ を L 次マルコフ鎖のエントロピーで評価することに対応する。

今、式 (16) の R_{sep} と、式 (18) の $K(X)$ を比較すると、分割推移 (i_{-L}, \dots, i_{-1}) についての平均操作は共通である。従って、 R_{sep} から $K(X)$ を評価するには、それぞれの後半 r_{sep} と h_{sep} の対応づけが必要である。

$M_x > 2$ では、 r_{sep} も h_{sep} も単射ではないので、分割推移を固定したときの分離率 $r_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | *)\})$ と分離の1次エントロピー $h_{\text{sep}}(\{\mathcal{P}(i | *)\})$ の対応は一意ではなく、確率分布 $\{\mathcal{P}(i | *)\}$ の違いに応じて幅を持つ。

一般の確率分布 $\{p_i\}_{i=1}^M$ に対して見ると、 $r_{\text{sep}}(\{p_i\})$ と $h_{\text{sep}}(\{p_i\})$ は線形に近い対応にあり、完全に確定 ($p_i = 1$ for i , $p_j = 0$ for $j \neq i$) で $r_{\text{sep}}, h_{\text{sep}}$ ともに最小値0を、完全にランダム ($p_i = 1/M$ for $\forall i \in \{1, \dots, M\}$) で $r_{\text{sep}}(\{p_i\}) = 1 - (1/M)$, $h_{\text{sep}}(\{p_i\}) = \log M$ と、ともに最大値をとる。また、特定の確率分布 $p_i = 1/l$ for $i \in \{1, \dots, l\}$, $p_i = 0$ for $i \in \{l+1, \dots, M\}$, および $p_1 = p$, $p_i = (1-p)/(M-1)$ for $i \in \{2, \dots, M\}$ での対応によって上限・下限が抑えられる。 $M = 5$ でのこの様子を Fig. 4 に示す。点の分布は、ランダムに生成された確率分布に対する $(r_{\text{sep}}, h_{\text{sep}})$ のプロットである。

ここでは最も単純に、 r_{sep} と h_{sep} の対応に存在する幅を無視し、つぎの線形な対応づけを用いることにする:

$$h_{\text{sep}}(\{p_i\}) \simeq \frac{\log M}{1 - (1/M)} r_{\text{sep}}(\{p_i\}). \quad (20)$$

このとき、式 (16), (18) より、

$$\begin{aligned} K(X) &\simeq \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \frac{\log M_x}{1 - (1/M_x)} d_{\text{sep}}(t) \\ &= \frac{\log M_x}{1 - (1/M_x)} R_{\text{sep}}. \end{aligned} \quad (21)$$

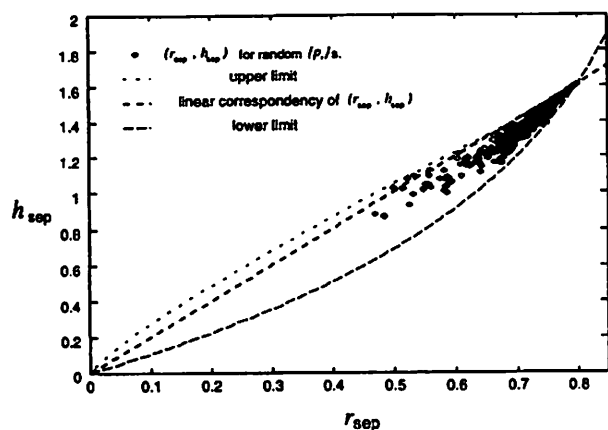


Fig. 4 Correspondency of r_{sep} to h_{sep} for various probability distribution $\{p_i\}$ s

以上、時間発展に沿っての近接発展の分離率から $K(X)$ を近似的に評価する枠組を示した。以降では、この提案した手法を EISN 手法 (Evaluation of Information flow rate based on Separation of Neighboring evolution) と略記する。

3.3 提案手法の適用範囲

上の $K(X)$ の評価の手法を導くために、幾つかの想定をおいた。ここでは、それらについて整理する。

まず、本研究は何らかの見方によって、式 (5), (6) のような漸近的な平均が定義できる系を対象にしていることをもう一度強調しておく。上では離散時間の系を取り上げたが、連続時間の系についても時間 1 発展 $f^1(x_t) = x_{t+1}$ を考えて同様に議論できる。

前節 § 3.2 では Fig. 1 の構造をとりあげたが、そこでの議論は全体として自動な系に限ったものではなく、Fig. 1 の構造を部分として含む更に一般的な系においても、提案手法を用いて部分系における情報の生成と伝達を特徴づけることができる。また、上の議論は部分系 X と Y を対称に扱っていたので、部分系間の作用が双方向である場合にも全く同じように適用できる。ただしこの場合には更に、§ 2.3 の末尾で触れた交差情報流れ率の分解を考え、情報の伝達を方向も含めて議論できることが望まれる。これは今後の課題である。

前節 § 3.2 における r_{sep} と h_{sep} の定義式 (17), (19) の対比から、本研究で提案した EISN 手法は事象 X_i の自己情報量 $h_i = -\log p_i$ のかわりに

$$h'_i = (1 - p_i)$$

を用いることに相当することがわかる。自己情報量 h_i は、a) p_i についての連続性、b) p_i についての単調減少性、c) 独立な事象についての加法性、の 3 つを満たす。一方 h'_i では、連続性、単調減少性は満たされるが、加法性は成り立たない。

このことは、Fig. 2 の情報の分解構造に影響する。つまり、条件付きエントロピー、相互情報量を元と同じように分解によって定義したとき、部分系 X と Y の振舞いが無相関であることと $K(X; Y) = 0$ との同値性が失われるのである。この

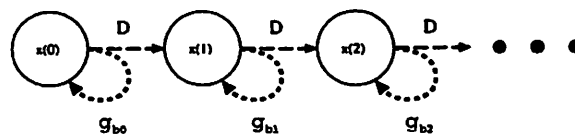


Fig. 5 Examined coupled map system

点で、提案手法による適応と逸脱の評価は相対的な比較によるものでなければならない。これは近接発展の分離率から近似的に情報流れ率を評価しようとする結果出てくる損失と見えるが、一方で、情報量の評価において h_i のかわりに h'_i を用いる構造を示唆している。この問題については現在、研究を進めている。

最後に、前節で見たように、近接発展の分離は相空間の分割に基づいている。したがって、情報流れ率の評価には何らかの意味を持った分割を定める必要がある。分割決定の一般的な問題設定に関しては § 5 でまた触れるが、つぎの結合写像格子系の例は、1 つの視点から分割を定め、それに基づいて提案手法を適用するものである。

4. 解析手法の結合写像格子系への適用

この節では、前節で提案した、近接発展の分離に基づく情報の生成と伝達の評価手法 (EISN 手法) を、具体例として結合写像格子系に適用する。

4.1 対象とするモデル

結合写像格子 (CML) は、ある程度の複雑さをもつ要素が多数集まったときに、どのような複雑な振舞いが起こるかを研究する、総合化あるいは構成的アプローチのためのモデルとして広く用いられるようになってきている。特に、時空カオス—空間的に多くの自由度を持ったカオス—の構成的モデルとして、様々な興味深い力学パターンが指摘されている⁸⁾。

CML の一般的な記述はつぎのように与えられる:

$$x_{n+1}(k) = F_{\alpha_k}(\{x_n(l)\}_{l=1}^N) \quad (k = 1, \dots, N, n \in \mathbb{Z})$$

ここで $x_n(k)$ は離散時間 n , 離散空間位置 (格子) k での状態を表す実数である。 F は連続写像、 α_k は制御パラメタを表す。 F には、局所混合ダイナミクス、拡散、移流などの手続きを組み合わせたものを用いることが多い。

CML は多様な力学パターンを示すとともに、その構造から低次元離散時間力学系の理論を利用できる、計算機シミュレーションを効率的に行えるなどの利点がある。この利点から、本研究でも CML 系に対して提案した EISN 手法を適用し、情報の生成と伝達を評価する。

§ 3.2 の EISN 手法を適用する CML 系として、Fig. 5 のような鎖構造を考える。この時、系の発展を記述する式はつぎのようになる:

$$\begin{aligned} x_{n+1}(0) &= g_{b_0}(x_n(0)) \\ x_{n+1}(k) &= g_{b_k}(x_n(k)) + D\{x_n(k-1) - x_n(k)\} \end{aligned} \quad (k \geq 1)$$

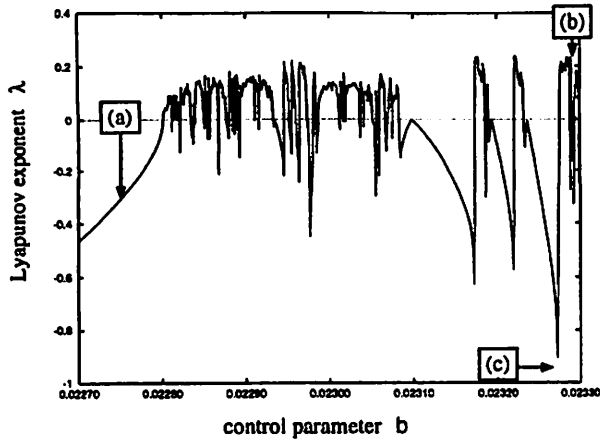


Fig. 6 Lyapunov spectrum and tested case (a), (b) and (c)

結合は一方方向とし、結合定数 $D = 0.005$ を用いる。従って、ダイナミクスが生成する情報量は鎖のなかで k 番目の格子から $k+1$ 番目の格子側にも伝達される。また、先頭の格子 $k=0$ は他から作用を受けないので、そのダイナミクスは g_{b_0} のみで定まる。

各格子の局所ダイナミクス g_b には、つぎの BZ 写像を用いる:

$$g_b(x) \equiv \begin{cases} (|x - 0.125|^{1/3} + C_1)e^{-x} + b & (x < 0.3) \\ C_2(10xe^{-10x/3})^{19} + b & (x \geq 0.3) \end{cases}$$

ここで $C_1 = 0.506073570$, $C_2 = 0.121205692$ を用いる。 b は写像の非線型性を定める制御パラメタである。

先頭の格子 $x(0)$ で、局所ダイナミクスの制御パラメタを $b_0 = 0.0232885280$ と固定し — この時 $x(0)$ の部分ダイナミクスはカオス的である — 以下の3つの場合を考える (Fig. 6):

- (a) 下流 $x(k)$, $k \geq 1$ の局所ダイナミクスが非カオス的
 $k \geq 1$ 番目の格子 $x(k)$ で、局所ダイナミクスの制御パラメタを一律に $b_k = 0.0227500000$ とする。この時、写像 g_{b_k} は単独では周期的となり情報生成率は 0 となる^(注1)。
- (b) 下流 $x(k)$, $k \geq 1$ の局所ダイナミクスがカオス的
 $x(k)$, $k \geq 1$ の局所ダイナミクスの制御パラメタを一律に、 b_0 と同じ値 $b_k = 0.0232885280$ とする。この時、 $x(k)$, $k \geq 1$ の振舞いの乱れには、自身のダイナミクスに固有な成分と、上流の格子から伝達される成分の両方が含まれる。
- (c) 下流 $x(k)$, $k \geq 1$ の局所ダイナミクスが“窓”に対応
 $x(k)$, $k \geq 1$ の局所ダイナミクスの制御パラメタを一律に、 $b_k = 0.0232728240$ とする。これは“窓”に対応したパラメタであり、(a) の場合と同じく単独での情報生成率は 0 である。

(注1) 文献3) ではこの種の系について、§2.3の元々の情報流れ率の定義から、各格子での情報流れ率および2つの格子間の交差情報流れ率が計算されている。

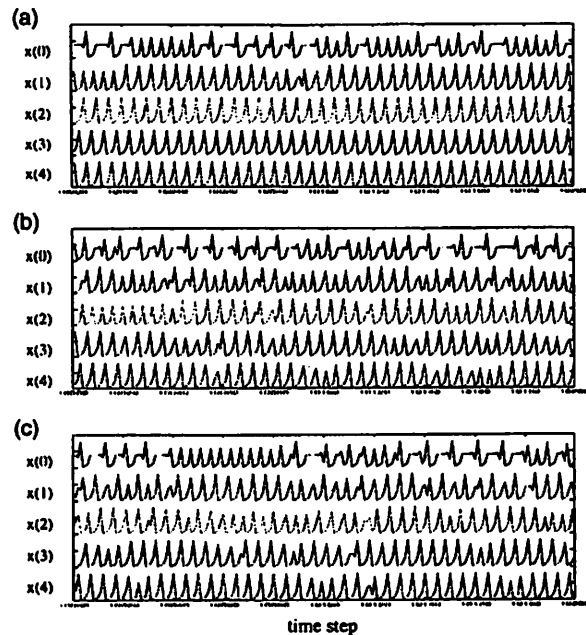


Fig. 7 Time evolution of examined CML system for case (a), (b) and (c)

このように定めた (a) ~ (c) の各場合であるが、その時間発展の様子には見たところ大きな差はない (Fig. 7)。このような状況で、たとえば「(a) ~ (c) ではどの場合がより上流からの作用を受けているのか」、あるいは「(b) で上流からの作用によって各格子での情報生成率は作用が無い場合と比較して増えたのか、減ったのか」、などの問いが出てくる。これらの問いに答えるには部分系間の情報構造を分析しなければならない。

4.2 提案手法の適用結果

情報生成を評価するには、相空間の分割を選ぶ必要がある。分割を定めるために、各格子の再帰写像が有効である。 $x(0)$ の再帰写像は区分的に単調な連続写像となっており、この再帰写像の頂点 ($x = 0.3$) で定義区間を2つに分割する。このように定める分割は、自動系 $\{x(0)\}$ の生成分割となる。一方、 $x(k)$, $k \geq 1$ の再帰写像は、運動の周期性に対応する「島」と、周期運動からのゆらぎに対応する各島の広がりからなる。これらについて、格子の部分ダイナミクスの定義区間を、元々の写像の頂点付近で島の間になるように、2つに分割する。このように分割を定めることで、各格子 $x(k)$, $k \geq 1$ における周期の変調に含まれる情報が抽出される³⁾。

このように定めた分割を用いて、まず Fig. 5 の鎖の最初の2つの格子に注目し、 $\{x(0)\} \rightarrow$ 部分系 Y , $\{x(1)\} \rightarrow$ 部分系 X として、元々の定義に基づく従来手法と、§3.2で提案した EISN 手法の与える $K(X)$ の評価結果を比較する。Fig. 8 に示すのは、(c) の場合での分割推移の履歴の長さ L に対する、従来手法 (12) および EISN 手法 (21) による $K(X)$, $K(X, Y)$ の評価値の収束である。まず $K(X)$ を見ると、両手法による結果は同じ収束の振舞いをしてるのが確認でき

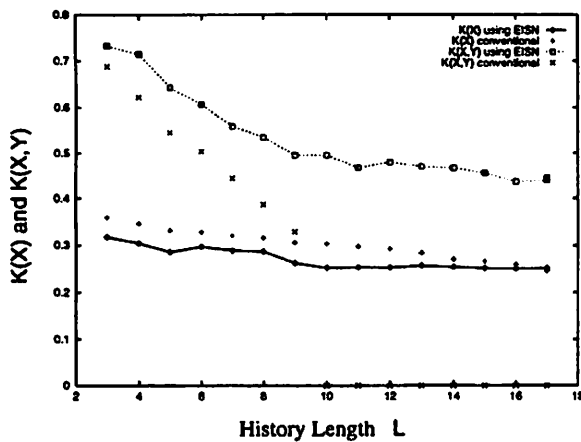


Fig. 8 Convergence of evaluation to length of considered history L for case (c)

Table 1 Generation and transmission of information in sub-system X . History length $L = 17$ is used

| | (a) | (b) | (c) |
|----------|------|------|------|
| $K(X)$ | 0.16 | 0.25 | 0.25 |
| $K(X;Y)$ | 0.04 | 0.06 | 0.07 |
| $K(X Y)$ | 0.11 | 0.18 | 0.18 |

る。つぎに $K(X, Y)$ を見ると、従来手法では考慮すべき状態数の爆発のため、収束した値を与えるまで履歴を延ばすことが出来ないのに対して、EISN 手法では収束した値を得ることができている。これは、上で述べてきた自由度の増加に対する従来手法の適用不可能性と、EISN 手法がこの限界を越えて適用できることを示す結果となっている。(a), (b) の場合についても同様の評価を行い比較すると、発展のカオシ性が強い (b) や (c) でこの限界はより顕著になることが確認される。これは、系および部分系の自由度の活性の違いに対応している。

また、(a) ~ (c) 各場合での部分系 X の情報の生成と分解の構造を Table 1 に示す。ここでは求めた $K(X)$, $K(Y)$, $K(X, Y)$ より、 $K(X; Y) = K(X) + K(Y) - K(X, Y)$, $K(X|Y) = K(X) - K(X; Y)$ として計算している。これらの結果から、部分系 X に固有な情報生成だけでなく部分系 Y から伝達される成分についても、(a) より (b), (c) のほうが大きいこと、また相互作用により単一の写像ダイナミクスでの窓に相当する部分は消え、情報の生成と伝達に関して (b) と (c) はほとんど同じになることが確認される。

5. 議論

生物をはじめとする「複雑なシステム」では、孤立した系を対象とすることはできない。作用を及ぼし合う環境を含めた系の中での、部分系として扱うことが必要となる。ある部分系における時間発展の、他の部分系（環境）からの作用への適応と逸脱という両側面を問題にした。これを特徴づける視点として、情報の伝達と生成に注目し、それを定量化する

ために情報流れ率の枠組を適用できることを述べた。しかし、複数の活性な自由度からなる部分系を扱おうとすると、この枠組では限界が生じる。これは、情報流れ率の評価に系が記述される相空間全体の統計を必要とするためであった。そこで、この限界を越えるために、部分空間での近接発展の分離という考え方を導入した。これを用い、時間発展に沿って、部分系の情報流れ率を評価する枠組への転換を提案した。これは、情報流れ率の概念を拡張し、より大きな自由度の系を扱うための粗視化への1ステップでもあると考える。この提案手法を結合写像格子 (CML) 系に適用し、その結果を示した。特に、従来手法が適用できない系に対する、提案手法の適用可能性を示した。

CML 系では、各格子は一般に空間の自由度に対応づけて議論される。しかし、ここでの議論は、空間的に区分される部分系の間だけでなく、生物の記述にも普遍的に見られる自由度ないプロセスの階層構造での、階層間関係に対しても適用できる。

つぎに、残された問題について議論する。§3で述べたように、本研究で示した手法は、相空間の分割を前提として用いている。分割の決定は、問題として残されている。分割を定める立場として、つぎの3つが考えられる;

- (A) 外部の観測者による分割の決定
- (B) 普遍的な「良い」分割の決定
- (C) 部分系にとっての分割の規定

(A) は、§4で CML 系の分析において採用した立場である。そこでは、振舞いの周期性への乱れに含まれる情報生成を定量化する分割を定めた。振舞いのどこに含まれる情報生成を測定するか、観測者が特定の意図を持っている場合には、それに従って分割を定めることができる。(B) は、観測者の意図によらない、より普遍的な意味をもつ分割を考える立場である。これは、KS エントロピーを求めめるために、式 (8) の上限を与える生成分割を考えることに相当する。生成分割を用いて得られる KS エントロピーは、位相を保つ変換に関して不変であるという強い性質を持つ。一方で、このような分割の決定は対象とする系についての前提知識を必要とする。(C) は、相互作用のなかで、各部分系が自身に相当する部分空間での状態差の拡大と縮小の方向を変化させていく在り方である。不良設定性を避けるために、一部の部分系の分割は、情報の復号可能性と対応づけて外から決定される。このような分割決定の可能性はまだ明らかでないが、適応過程の一般的な枠組を含みうる形式化として、現在研究を進めている。

本研究でとりあげた、外部からの作用に完全に従属しないという性質は、生物だけでなく、人工物の適応・学習といった工学的な問題の中でも重要となる。そこでは、問題は状態空間における探索として形式化され、上のような性質は確率過程の形で系に導入される。系の状態を決定論的な部分と、それに独立な確率的な作用の加算として表現するのが基本的な形式である。この形式では Fig. 1 の構造は、 Y からの入力を受けて収束的な振舞いをする決定論的發展に確率的ゆらぎ

を加えて記述される。このような確率的な時間発展の形式と、本研究で問題にした、決定論的な発展をする系における擬-ランダムネス、カオスとの対応は広く問題にされている。あるいはカオスを用いて上のような性質の系への導入を試みる研究も存在する⁹⁾。カオスによって、確率的ランダムネスでは得られない定性的な違いが生じるか、という一般的な問いには未だ答は得られていない。しかし、本研究で提示した議論は、ある系についての決定論的な記述と、確率的記述との対応を分析する際にも1つの指針として意義を持つだろう。また、確率的に発展する系について本研究と同じく部分系間の相互作用の複雑さの特徴づけを扱っている研究^{10), 11)}との対比も興味深い。

最後に、決定論的に発展する系に限定しても、部分から部分への作用による発展の適応と逸脱を特徴づけるには、本研究のように情報の生成という考え方に基づく以外にも様々な視点が考えられる。たとえば、乱れの伝達を特徴づける流れつきリャプノフ指数やその経路和の方法^{12), 13)}、部分自由度の不変測度を与える自己矛盾のない Perron-Frobenius 演算子の方法¹⁴⁾などは、部分から部分への作用とそれに対する適応・逸脱を、異なる視点から特徴づけるものである。また、たとえば互いに相似な部分系間の作用を考える場合では、本研究のような一般的な枠組よりも、線形相関など特定の関連のしかたを想定した方法がより有効である。これら相補的な視点の間の関係を明らかにしていくことで、個々の視点からの理解もより深めることができるだろう。

参考文献

- 1) H. Haken ed.: Complex systems, operational approaches in neurobiology, physics, and computers, Springer-Verlag (1985)
- 2) R. Shaw: Strange attractors, chaotic behavior, and information flow, *Z. Naturforsch.*, **36a**, 80/112 (1981)
- 3) K. Matsumoto and I. Tsuda: Calculation of information flow rate from mutual information, *J. Phys. A: Math. Gen.*, **21**, 1405/1414 (1988)
- 4) J. P. Eckmann and D. Ruelle: Ergodic theory of chaos and strange attractors, *Reviews of Modern Physics*, **57-3**, 617/656 (1985)
- 5) V. M. Alekseev and M. V. Yakobson: Symbolic Dynamics and Hyperbolic Dynamic System, *Physics Reports*, **75-5**, 287/325 (1981)
- 6) P. Billingsley: *Ergodic Theory and Information*, John Wiley & Sons, Inc., New York. (1960)
- 7) G. Paladin, M. Serva and A. Vulpiani: Complexity in Dynamical Systems with noise, *Physical Review Letters*, **74-1**, 66/69 (1995)
- 8) K. Kaneko: Clustering, Coding, Switching, Hierarchical Ordering, and Control in a Network of Chaotic Elements, *Physica D*, **41**, 137/172 (1990)
- 9) 梅野 健: カオスと計算, *数理科学* **415**, 60/68 (1998)
- 10) G. Tononi, O. Sporns and G. M. Edelman: A measure for brain complexity: Relating functional segregation and integration in the nervous system, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **91**, 5033/5037 (1994)
- 11) G. Tononi, O. Sporns and G. M. Edelman: A complexity measure for selective matching of signals by the brain, *Proc. Natl. Acad. Sci. USA*, **93**, 3422/3427 (1996)
- 12) K. Kaneko: Lyapunov analysis and information flow in coupled map lattices, *Physica D*, **23**, 436/447 (1986)
- 13) K. Kaneko: Propagation of disturbance, co-moving Lyapunov exponent and path summation, *Physics Letters A*, **170-3**, 210/216 (1992)
- 14) K. Kaneko: Self-Consistent Perron-Frobenius Operator for Spatiotemporal Chaos, *Physics Letters A*, **139-1**, 47/52 (1989)

[著者紹介]

野澤 孝之



1999年、東京工業大学大学院総合理工学研究科知能システム科学専攻博士前期課程修了。現在、同大学院博士後期課程在学中。相互作用の評価に関する研究に従事。人間の注意や意識の機構に関心をもっている。

三宅 美博 (正会員)



1989年、東京大学大学院薬学系研究科博士課程修了(薬学博士)。金沢工業大学情報工学科助手、講師、助教授を経て、96年より東京工業大学大学院総合理工学研究科知能システム科学専攻助教授。主として生命的自律性の研究に従事。生物物理学会、ロボット学会などの会員。